MSG 2014/2015 — Zirkel 8a
Thorsten Rohwedder

Aufgaben zum Zirkel am 13.11.2014

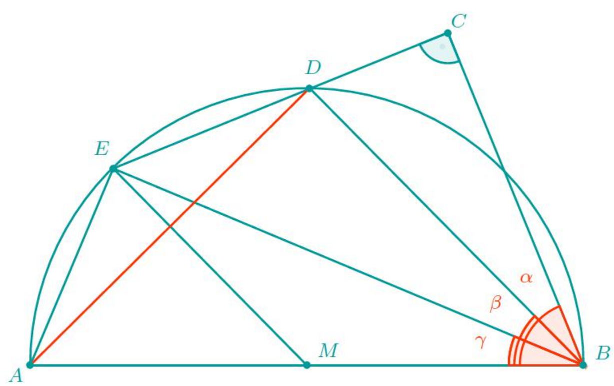
1. Satz des Thales, umgekehrt

(a) Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck und konstruiere seinen Umkreis.

(b) Formuliere eine Umkehrung des Satzes von Thales. Was hat diese mit a) zu tun?

(c) In der Hausaufgabe wurde gezeigt: Im Rechteck sind die Diagonalen gleich lang und halbieren einander. Finde ein geeignetes Rechteck und beweise damit Umkehrung des Satzes von Thales.

2. Endlich wieder Winkel jagen!



In der gezeichneten Figur seien die Strecken $\overline{AE}$ und $\overline{ED}$ gleich lang. Weiter gelte $\alpha = 20°$. Der Punkt D liege auf der Geraden $\overline{EC}$ und bei C sei der Winkel $\angle DCB$ ein rechter Winkel.

1. Zeige, dass die beiden Winkel α und β gleich groß sind.

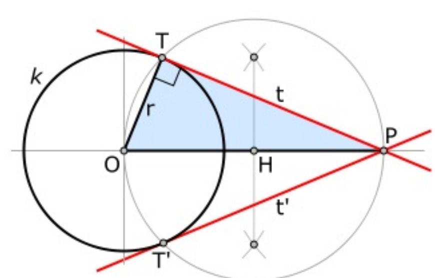
   Hinweis: Verwende den Satz des Thales und den Satz über die Innenwinkelsumme im Dreieck, um der Reihe nach die Größen der Winkel $\angle EDB$, $\angle ADB$, $\angle EDA$, $\angle DAE$, $\angle AED$, $\angle AEB$, $\angle BED$ zu bestimmen.

2. Zeige, dass auch α und γ gleich groß sind.

3. ...da geht doch ein Kreis drum!

(a) Zeige, dass jedes Viereck, das zwei gegenüberliegende rechte Winkel besitzt, einen Umkreis besitzt, auf dem die vier Ecken liegen. (So ein Viereck bezeichnet man als *Sehnenviereck*.)

(b) Der Satz des Thales lässt sich anwenden, um die beiden Tangenten an einen Kreis k durch einen außerhalb dieses Kreises gelegenen Punkt P zu konstruieren. Erkläre die rechts abgebildete Konstruktion und warum sie funktioniert.



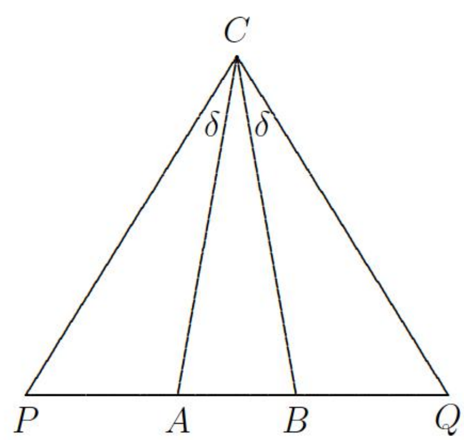
4. **Suche nach Dreiecken**

   In einem regelmäßigen 18-Eck werden drei der 18 Eckpunkte zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das entstehende Dreieck rechtwinklig ist?

Zum Überlegen für Zuhause:

1. **Gleichschenkig bleibt gleichschenklig**

   An der Spitze C eines gleichschenkligen Dreieckes ABC werden nach links und rechts gleich große Winkel δ angetragen. Die freien Schenkel schneiden die verlängerte Basis des Dreieckes in den Punkten P und Q (siehe Skizze rechts).
   Zeige mit Hilfe eines Kongruenzbeweises, daß das Dreieck PQC gleichschenklig ist.



2. **Eine Detektivaufgabe: Längenvergleich (aus der MO)**

   530832

   Über ein konvexes Viereck $ABCD$, dessen Eckpunkte in dieser Reihenfolge wie üblich entgegen dem Uhrzeigersinn bezeichnet sind, und einen Punkt E wird Folgendes vorausgesetzt:

   (1) Der Winkel ACB ist ein rechter Winkel.

   (2) Die Größe des Winkels BAC beträgt 20°.

   (3) Der Punkt D liegt auf derselben Seite der Geraden AB wie der Punkt C und der Winkel ADC ist ein rechter Winkel.

   (4) Die Größe des Winkels CAD beträgt 40°.

   (5) Der Kreis mit dem Durchmesser $\overline{AB}$ schneidet die Strecke $\overline{CD}$ in einem von C verschiedenen Punkt E.

   Ermittle das Verhältnis der Längen der Strecken $\overline{BC}$ und $\overline{CE}$.

   Hinweis: Ein Viereck heißt *konvex*, wenn nichtbenachbarte Seiten keine gemeinsamen Punkte haben und alle Innenwinkel eine Größe kleiner als 180° haben.