

Aufgaben zur Geometrie
– 8./15. Oktober 2015 –

1. Zum Einstieg etwas (altes, aber immer noch gutes) Feuerwerk...

An drei Nachbarorten A, B und C wird gleichzeitig um 12 Uhr ein Böllerschuss zur Eröffnung der gemeinsamen Kirmes abgegeben. Abends treffen sich die drei Freunde Xaver, Benedikt und Pascal und erzählen Erstaunliches:

Xaver: Ich habe drei Böllerschüsse kurz nacheinander gehört.

Benedikt: Komisch, ich habe nur zwei Böllerschüsse gehört.

Pascal: Ihr werdet es kaum glauben, ich habe nur einen Böllerschuss gehört.

Ist das möglich? Wo könnten sich die Freunde aufgehalten haben?

2. Sehnenvierecke

Welche Zusatzbedingungen müssen für ein

- (a) Quadrat
- (b) Rechteck
- (c) Rhombus (Raute)
- (d) Parallelogramm
- (e) Drachenviereck
- (f) Trapez

gelten, damit es ein Sehnenviereck ist?

Konstruiere entsprechende Vierecke mit GeoGebra und untersuche die Frage mit Hilfe des Zugmodus. Beschreibe die Bedingungen ohne Verwendung von Winkelangaben.

3. Die wahrscheinlich wichtigste Tatsache über Sehnenvierecke

- (a) Beweise: In einem Sehnenviereck ergänzen sich die gegenüberliegenden Winkel jeweils zu 180° .
- (b) Gilt auch die Umkehrung des Satzes? Formuliere sie und ihre Kontraposition, und beweise oder widerlege sie.

4. Winkeljagd, Teil 1

Im Viereck $ABCD$ sind AD und BC gleich lang. Einige Winkel sind eingezeichnet (*Abb. nicht maßstabsgerecht*). Wie groß ist der Innenwinkel bei B ?

5. Winkeljagd, Teil 2

Im Viereck $ABCD$, in dem sich die beiden Diagonalen im Inneren schneiden, ist $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = 80^\circ$, $\angle CBA = 75^\circ$ und $\angle ADC = 65^\circ$. Wie groß ist $\angle BDC$?

6. Winkeljagd, Teil 3

Sei ABC ein gleichschenkliges Dreieck mit $\overline{AB} = \overline{AC}$. Zeige: Wenn die Winkelhalbierende von $\angle CBA$ rechtwinklig auf AC steht, dann ist $\triangle ABC$ gleichseitig.

7. Was nicht ist, kann ja noch werden...!

Aus einem beliebigen Viereck lässt sich ganz einfach ein Sehnenviereck konstruieren:

- Schritt 1: Einzeichnen der Winkelhalbierenden des Vierecks
- Schritt 2: Verbinden von den Schnittpunkten dieser Winkelhalbierenden

(a) Zeichne ein beliebiges Viereck und probiere die Konstruktion aus.

(b) Beweise, dass die angegebene Konstruktion immer ein Sehnenviereck liefert.

8. Parallel? Senkrecht? Oder doch ganz anders?

Sei ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit Hypotenuse \overline{AB} . Der Punkt P habe die Eigenschaft, dass die Geraden PB und AB rechtwinklig aufeinander stehen und $\overline{PB} = \overline{CB}$ gilt. Zeige, dass die Gerade PC entweder rechtwinklig oder parallel zur Winkelhalbierenden w_α des Winkels $\alpha = \angle BAC$ ist.

9. ...und nun zu etwas völlig anderem.

Drei rote und drei grüne Bonbons sind auf drei Schachteln verteilt, wobei jede Schachtel zwei Bonbons enthält. Die Schachteln sind mit den Aufschriften „GRÜN-GRÜN“, „GRÜN-ROT“ und „ROT-ROT“ gekennzeichnet. Jedoch stimmt die Aufschrift bei keiner der Schachteln mit dem Inhalt überein. Mit geschlossenen Augen darf einer Schachtel ein Bonbon entnommen werden, dessen Farbe erst nach dem Schließen der Schachtel festgestellt werden darf. Aus welcher Schachtel muss ein Bonbon entnommen werden, um danach den Inhalt aller übrigen Schachteln genau angeben zu können?

In den Herbstferien und auch in der Woche darauf findet kein Zirkel statt!

Wir sehen uns am 12. November 2015 wieder.

**Ich wünsche euch einen goldenen Oktober,
und uns allen einen Novemberanfang mit wenig Regen!**