

Zahlssysteme und Speicherung von Information auf PCs

– ab 3. Dezember 2015 –

1. Wie weit kann man mit 10 Fingern zählen?

Jeder Finger darf dabei nur in zwei Stellungen, ganz gestreckt oder angewinkelt, verwendet werden. Und: Nein, man kann nicht nur bis 10 zählen.

2. Was kann man mit Fünfergewichten wiegen?

Welche Lasten kann man mit einer Balkenwaage auswiegen, wenn man Gewichtssteine von 1, 5, 25, 125, ... Gramm (jeweils in ausreichender Anzahl) zur Verfügung hat?)

3. Rechnen in anderen Systemen

- (a) Finde eine einfache Art, vom „Fingersystem“ aus der letzten Aufgabe (also dem Dualsystem) ins Dezimalsystem umzurechnen – und umgekehrt.
- (b) Stelle damit die Zahlen 20, 40, 80, 31, 62, 130 im Dualsystem dar. Wie lassen sich Zahlen im Dualsystem größenmäßig vergleichen?

4. Bit und Bytes

Schon sehr früh hat sich im Computerbau eingebürgert, eine Binärstelle ein „Bit“ zu nennen und 8 Bits zu einem Byte zusammenzufassen. Welches ist die größte Dezimalzahl, die man mit einem Byte darstellen kann? Wie sieht sie aus?

Einer der frühesten Heimcomputer war 1980 der Apple II mit einer Speichergröße von 64 Kilobyte. Ein Kilobyte enthält 1024 Byte. Wie viele Bytes waren es insgesamt? Jedes dieser Bytes war eine Speicherzelle, die angesprochen werden kann. Wie viele Stellen braucht eine Binärzahl, die die Nummer des höchsten Bytes anspricht?

5. Ein Kreuzzahlrätsel im Fünfersystem

- Waagerecht: A größte dreistellige Primzahl
 D Unglückszahl
 F Nachfolger einer Quadratzahl
 G Primzahl aus lauter gleichen Ziffern
 H gerade Zahl
 J Quadratzahl (auch im Zehnersystem)
 L Produkt von drei verschiedenen ungeraden Zahlen

A	B	C	D	E
F		G		
H	I	J		K
L			M	

- Senkrecht: A Produkt aus G waagerecht und einer weiteren Primzahl
 B Vielfaches der Quersumme
 C Produkt zweier Nachbarzahlen
 D besteht aus vier verschiedenen Ziffern
 E Produkt der Ziffern von J waagerecht
 I Teiler von L waagerecht
 K Quersumme von J waagerecht

6. Codierung von Farben und das Hexadezimalsystem

Auf den meisten Computern werden Farben mit 24-Bit kodiert, das sind $2^{24} = 16.777.216$ Farben. Dazu wird meist vereinfachend das Hexadezimalsystem (System zur Basis 16) verwendet. Wir wollen uns dazu mit dem Hexadezimalsystem vertraut machen.

- (a) Wie sieht die Reihe der Vielfachen von 4_{16} im Hexadezimalsystem aus?
- (b) Möchte man eine Hexadezimalzahl in eine Binärzahl umwandeln, so lässt sich das ziffernweise tun, z.B. ist

$$8F_{16} = 010011110001_2.$$

Probiere das an einem eigenen Beispiel aus und erkläre, wieso das funktioniert.

- (c) Wenn man Farbbilder digital speichert und verarbeitet, kann man das tun, indem man sie in Punkte zerlegt und jedem Punkt einen Farbwert zuordnet. Mit dem obigen System braucht man pro Pixel 24 Byte. Wie viel Speicherplatz benötigt ein Bild der Größe 10×15 cm, das mit einer Auflösung von 300 dpi („dots per inch“, 1 inch \approx 2.54 cm) gescannt wird?

7. ASCII-Codes

- (a) Wie viele Buchstaben (Sonderzeichen eingeschlossen) enthält eine normale Buchseite ungefähr? Wie viel kB entspricht das?
- (b) Wie viel kB benötigt ein Buch mit 500 Seiten? Passt es auf eine gute alte 1,44-MB-Diskette? (1 MB = 1024 kB = $(1024)^2$ Byte)

8. Rechnen im Dualsystem

Versuche, im Binärsystem alles zu tun, was Grundschulkindern im Dezimalsystem tun müssen:

- (a) Führe analog zur schriftlichen Addition im Dezimalsystem die schriftliche Addition im Binärsystem aus.
- (b) Fertige im Binärsystem eine Tabelle für das „kleine Einmaleins“ und das „große Einmaleins“ an. (Überlege dir vorher genau, was die Begriffe bedeuten!)
- (c) Führe analog zur Vorgehensweise im Dezimalsystem eine schriftliche Multiplikation im Binärsystem aus, z.B. $(1001)_2 \cdot (101)_2$. Was ist leichter, was ist schwieriger? Warum?
- (d) Wie sieht es mit der schriftlichen Subtraktion und Division aus? Wie muss man hier vorgehen?

9. Teilbarkeit in anderen Systemen?

- (a) Wie prüft man im 10er-System auf Teilbarkeit durch 6 (durch 12, durch 15, durch 27)?
- (b) Wie entscheidet man im 5er-System, ob eine Zahl gerade ist oder nicht?
- (c) Welche Endstellenregeln erhält man im 6er-System, wenn man die letzten beiden Ziffern betrachtet?

Zahlssysteme und Speicherung von Information auf PCs II

– ab 19. November 2015 –

10. Rechnen im Hexadezimalsystem

- (a) Addiere schriftlich im Hexadezimalsystem: $AEF12 + B2C28$. Welche Schritte fallen dir schwer? Welche Zwischenrechnungen sollte man ausführen können?
- (b) Fertige im Hexadezimalsystem eine Tabelle für das kleine Einmaleins an. Welches Muster kannst du in der Tabelle erkennen und vielleicht auch erklären?
- (c) Probiere dich an der mehrstelligen schriftlichen Multiplikation, z.B. $AB \cdot BA$. Erkläre das Verfahren.
- (d) Führe eine schriftliche Division aus, zum Beispiel $AB2F : 8$. Als Vorbereitung kannst du dir die Achterreihe aufschreiben.

11. Zahlenfragen

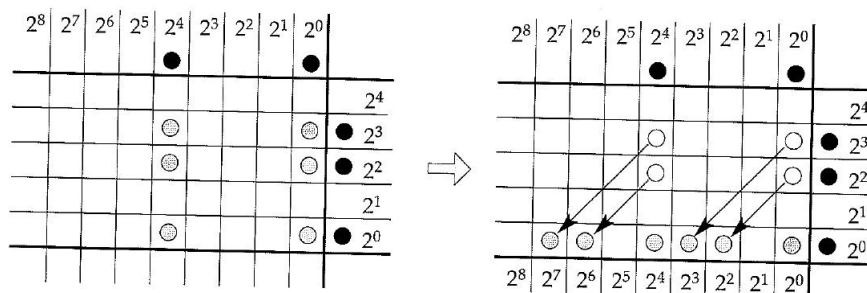
- (a) Welches ist die größte Zahl, die man im Binärsystem schreiben kann? Wie viele Ziffern braucht man für eine doppelt so große Zahl?
- (b) Wie lauten die Quadratzahlen im Binärsystem? Kann man sie sofort erkennen?

12. Teilbarkeitsregeln₂, Teilbarkeitsregeln₁₆

- (a) Kann man eine Regel aufstellen, wann eine Binärzahl durch $3 = 11_2$ teilbar ist?
- (b) Suche Teilbarkeitsregeln, ähnlich denen für Zahlen im Dezimalsystem, für die Teilbarkeit von Zahlen im Hexadezimalsystem durch die Divisoren 2, 4, 8, 3, 5, F und 6.

13. Nochmal: Multiplizieren im Dualsystem, à la Spätmittelalter

Im Bild unten ist die auf John Neper (1550-1617) zurückgehende Rechenmaschine für die Multiplikation im Dualsystem am Beispiel der Rechnung $17 \cdot 13$ dargestellt.



Lösung: $2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 221$

Löse einige Multiplikationsaufgaben mit Hilfe der Neper'sche Rechenmaschine. Erkläre dann, warum das Verfahren funktioniert.

