

Herzlich willkommen zur
Mathematischen Schüler*innengesellschaft
Zirkel 7e

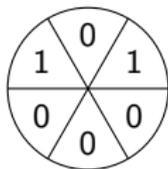
Ariane Beier

11. März 2025



Aufgabe 4*: Kuchen dekorieren

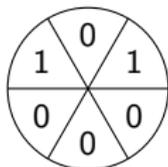
Ein Kuchen wird in sechs Teile geteilt. Die Stücke werden reihum mit den Zahlen 1, 0, 1, 0, 0, 0 beschriftet. Nun darf man in jedem Zug zwei Zahlen auf benachbarten Stücken jeweils um 1 erhöhen. Kann man es so schaffen, dass irgendwann auf jedem Stück die gleiche Zahl steht? Falls ja, welche Zahl ist das? Begründe deine Antwort.



Vermutung:

Aufgabe 4*: Kuchen dekorieren

Ein Kuchen wird in sechs Teile geteilt. Die Stücke werden reihum mit den Zahlen 1, 0, 1, 0, 0, 0 beschriftet. Nun darf man in jedem Zug zwei Zahlen auf benachbarten Stücken jeweils um 1 erhöhen. Kann man es so schaffen, dass irgendwann auf jedem Stück die gleiche Zahl steht? Falls ja, welche Zahl ist das? Begründe deine Antwort.



Vermutung: Darf man in jedem Zug zwei benachbarte Zahlen um 1 erhöhen, wird man es **niemals** schaffen, dass auf jedem Stück die gleiche Zahl steht.

Aber warum ist das so?



Erinnerung:

Folgende Fragen sind bei solchen Aufgaben oftmals hilfreich:

1. Was genau ändert sich bei den erlaubten Operationen?
2. **Was bleibt bei den Operationen unverändert?**

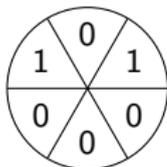
In der Mathematik ist eine **Invariante** eine Eigenschaft oder Größe eines (mathematischen) Objekts, die unter bestimmten festgelegten Operationen unverändert bleibt.

Findet man eine Invariante, die für die Start- und Zielsituation einen *unterschiedlichen* Wert annimmt, kann man ausschließen, dass man von der Startsituation mit den erlaubten Operationen zur Zielsituation kommen kann und umgekehrt.



Aufgabe 4*: Kuchen dekorieren

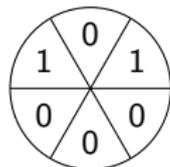
Vermutung: Darf man in jedem Zug zwei benachbarte Zahlen um 1 erhöhen, wird man es **niemals** schaffen, dass auf jedem Stück die gleiche Zahl steht.



Versuche eine passende Invariante für die Aufgabenstellung zu finden, d. h. eine Größe, die sich unter der Operation „erhöhe zwei benachbarte Zahlen um 1“ nicht verändert.

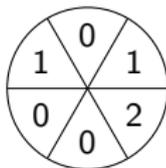
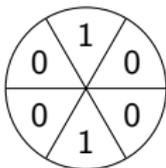
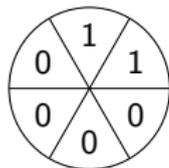
Aufgabe 4*: Kuchen dekorieren

Vermutung: Darf man in jedem Zug zwei benachbarte Zahlen um 1 erhöhen, wird man es **niemals** schaffen, dass auf jedem Stück die gleiche Zahl steht.



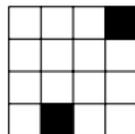
Versuche eine passende Invariante für die Aufgabenstellung zu finden, d. h. eine Größe, die sich unter der Operation „erhöhe zwei benachbarte Zahlen um 1“ nicht verändert.

Hinweis: Bei den folgenden Startsituationen ist es jeweils möglich, eine Abfolge von erlaubten Zügen zu finden, sodass irgendwann auf jedem Stück die gleiche Zahl steht. Was haben sie gemeinsam und was unterscheidet sie von der ursprünglichen Startsituation (oben)?

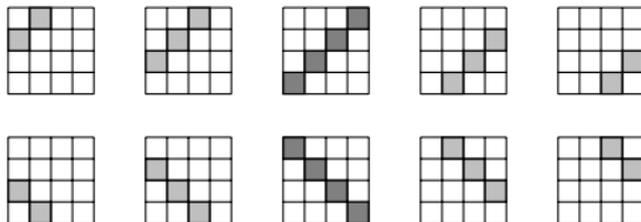


Aufgabe 5*: Kartenspiel

Auf einem 4×4 -Feld liegen 16 Karten, die jeweils auf einer Seite schwarz und auf einer Seite weiß gefärbt sind. Zwei Karten liegen wie in der Abbildung mit der schwarzen Seite nach oben, die übrigen mit der weißen. Ist es mit den folgenden Zügen möglich, alle Karten so zu drehen, dass sie mit ihrer weißen Seite nach oben liegen? Begründe deine Antwort.



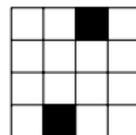
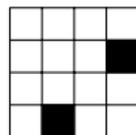
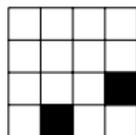
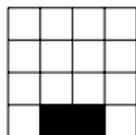
1. Drehe alle Karten in einer Zeile um.
2. Drehe alle Karten in einer Spalte um.
3. Drehe alle Karten in einer Diagonalen um.
4. Drehe alle Karten in einer der acht Nebendiagonalen um.



Aufgabe 5*: Kartenspiel

Versuche auch hier eine passende Invariante zu finden, d. h. eine Größe, die sich unter den Zügen 1, 2, 3 und 4 nicht verändert.

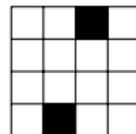
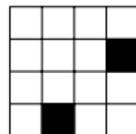
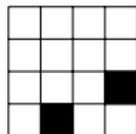
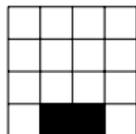
Hinweis 1: Bei den folgenden Startsituationen ist es jeweils möglich, eine Abfolge von erlaubten Zügen zu finden, sodass irgendwann alle Karten mit der weißen Seite nach oben liegen. Probiere es aus!



Aufgabe 5*: Kartenspiel

Versuche auch hier eine passende Invariante zu finden, d. h. eine Größe, die sich unter den Zügen 1, 2, 3 und 4 nicht verändert.

Hinweis 1: Bei den folgenden Startsituationen ist es jeweils möglich, eine Abfolge von erlaubten Zügen zu finden, sodass irgendwann alle Karten mit der weißen Seite nach oben liegen. Probiere es aus!



Hinweis 2: Beschreibe, was mit den gekennzeichneten Feldern passiert, wenn du einen der Züge 1, 2, 3 oder 4 machst.

