

Übungsaufgaben zur Vorlesung  
**Einführung in die Mathematikdidaktik und Didaktik der Geometrie**

**Übungsserie 3**

Abgabe am 26.11.2019

1. *Sachrechnen*

Ein Schulbuch (für die Klassenstufe 8) enthält die folgende Aufgabe:

Ein Wasserbehälter hat ein Fassungsvermögen von  $1,182 \text{ m}^3$ . Dieser Behälter wird durch eine Warm- und eine Kaltwasserleitung gefüllt. Läuft das Wasser 3 min aus der Warmwasserleitung und 2 min aus der Kaltwasserleitung, so fließen 78 l ein. Hat man dagegen den Kaltwasserhahn 4 min und den Warmwasserhahn 90 s offen, so fließen 93 l ein. Wie viel Wasser fließt in einer Minute durch jede der Leitungen?



- a) Lösen Sie die Aufgabe mit folgenden *Lösungsschritten für Textaufgaben*: 4 Pkt.
0. Lesen und Verstehen der Aufgabe
  1. Lege für die gesuchten Größen die Gleichungsvariablen fest.
  2. Übersetze die Angaben aus dem Text in Terme.
  3. Stelle die Gleichung(en) auf.
  4. Löse die Gleichung/ das Gleichungssystem.
  5. Überprüfe das Ergebnis am Text.
  6. Schreibe das Ergebnis auf.
- b) Unterteilen Sie Ihren Lösungsweg in *Mathematisierung, Modelluntersuchung* und *Rückinterpretation*. 1 Pkt.

2. *Modellieren*

Ein Schulbuch für das 9. Schuljahr, enthält innerhalb des Abschnitts „Modellieren und Simulieren“ folgende Aufgabe:

Conny hat sich ein Glas mit Fruchtsaft geholt, um ihn auf der Terrasse zu genießen. Der Fruchtsaft kommt aus dem Kühlschrank, in dem eine Temperatur von  $6^\circ\text{C}$  herrscht. Draußen auf der Terrasse ist es an diesem Sommertag allerdings  $38^\circ\text{C}$  warm. Kaum hat sich Conny hingesetzt, als das Telefon läutet.

Schätze, wie warm ihr Fruchtsaft sein wird, wenn sie erst nach einem 20-minütigen Telefonat zurückkehrt.

Beschreibe die auftretenden Größen und ihre Wechselwirkungen. Verdeutliche in einer Skizze, wie die Größen des Sachzusammenhangs aufeinander einwirken.

Überlege, durch welche Annahmen über den Erwärmungsprozess die Realität möglichst gut erreicht wird. Berechne dann die erreichte Temperatur nach 20 Minuten und stelle die Temperaturentwicklung grafisch dar. Vergleiche das theoretisch erzielte Ergebnis mit einem experimentell erhaltenen.

Welche (Modell) Annahmen waren passend? Warum und wie müssen die Annahmen evtl. korrigiert werden?

*Hinweis:* Die beiden der Aufgabe vorangegangenen Seiten des Schulbuches sind auf den folgenden Seiten abgedruckt. Diese sollen Ihnen vor allem zur Orientierung hinsichtlich dessen dienen, was in der Aufgabe unter der Beschreibung und graphischen Veranschaulichung von Wechselwirkungen von Größen gemeint ist.

- (a) Entwerfen Sie einen strukturierten Lösungsplan für die Aufgabe anhand der Schritte des Modellbildungskreislaufes nach BLUM. 3 Pkt.

- (b) An welchen Stellen der Aufgabenstellung ist zu erkennen, dass die Aufgabe vor allem darauf abzielt, Schülerinnen und Schüler zu anspruchsvollen Modellbildungen zu befähigen. Tragen Sie dazu die in der Aufgabe gegebenen Hinweise zusammen, die sich auf Schritte des Modellierungskreislaufes beziehen. Nennen Sie weiterhin die Hilfen, welche Schülerinnen und Schüler aus den beiden der Aufgabe vorangegangenen Schulbuchseiten entnehmen können. 2 Pkt.
- (c) Lösen Sie selbst die Aufgabe unter zwei verschiedenen Herangehensweisen, wobei von der ersten zur zweiten Lösung eine „Verbesserung“ hinsichtlich der Annahmen und des Resultats erfolgen sollte. 8 Pkt.
- (d) Erläutern Sie die Idee, den Modellbildungskreislauf mehrfach zu durchlaufen, anhand der Aufgabe und der von Ihnen erzielten Lösungen. 2 Pkt.

*Hinweis:* Sie können (müssen aber nicht) zur Überprüfung ihrer Modellierungen (oder auch schon zur Ideenfindung) Experimente zum Erwärmungs- oder Abkühlungsverlauf von Flüssigkeiten durchführen. Dazu können Sie, wenn Sie wollen, die in der Aufgabe angegebenen Temperaturwerte verändern (oder auch statt der Erwärmung kalten Fruchtsaftes die Abkühlung heißen Kaffees betrachten).

## Wirkungsdiagramme veranschaulichen Prozesse

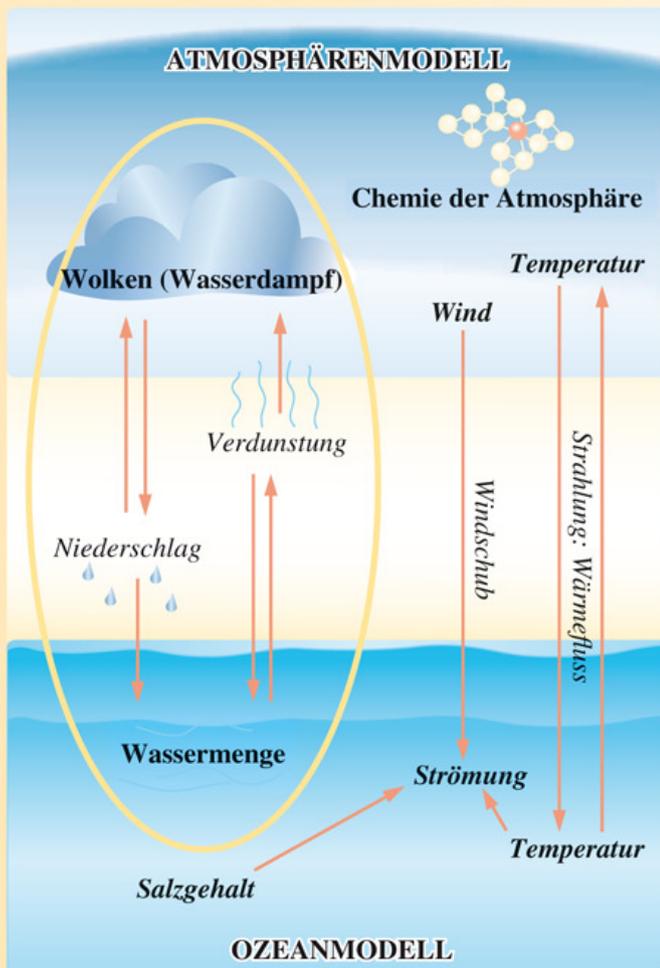
### Das Klima wird erforscht

In Zeiten der weltweiten Klimadiskussion ist es von großer Bedeutung, zu analysieren, wie wir durch unsere Handlungen und Lebensweisen das Klima der Erde verändern. Aber das System Erde ist zu komplex, um in einem Laborexperiment nachgestellt zu werden. Deshalb werden Forscher damit beauftragt, Klimamodelle aufzustellen, um abzuschätzen, wie das Klima in der Zukunft aussehen könnte.

#### Schon gewusst?

Der *Earth Simulator* (Bild rechts) ist ein Supercomputer in Form eines Rechnersystems zur Simulation globaler Phänomene.

Es wurde 2002 am Yokohama Institute for Earth Sciences (YES) installiert.  162-1



#### Aufbau eines Klimamodells

Es gibt viele Teilprozesse des Klimas (z. B. die Chemie der Atmosphäre), die man mittlerweile sehr gut wissenschaftlich beschrieben hat und demzufolge auch gut berechnen kann. Es ist aber unmöglich, sämtliche Teilprozesse in ein einzelnes Klimamodell zu integrieren. Denn einerseits sind es zu viele (z. B. ist auch das Atmen der Weltbevölkerung klimawirksam) und andererseits gibt es Wechselwirkungen zwischen den Prozessen, die eine Berechnung noch zusätzlich erschweren. Jedes Klimamodell berücksichtigt deshalb nur einen Teil der bekannten und berechenbaren Prozesse sowie deren Wechselwirkungen. Es gibt folglich mehrere unterschiedliche Klimamodelle. Jedes einzelne basiert auf einer Auswahl der betrachteten Teilprozesse, berechnet per Näherung deren Wechselwirkungen und gewichtet die Ergebnisse.  162-2

Die Güte eines Modells wird daran gemessen, wie genau es die Vergangenheit simuliert.

#### Wirkungsdiagramm

Die Abbildung links zeigt die Struktur eines sehr einfachen Klimamodells mit den wesentlichen Größen und ihren wechselseitigen Wirkungen, die durch Pfeile dargestellt werden.

Man spricht deshalb bei solch einer Darstellung von einem Wirkungsdiagramm.

