

Übungsaufgaben zur Vorlesung  
**Einführung in die Mathematikdidaktik und Didaktik der Geometrie**

**Übungsserie 5**

Abgabe am 07.01.2020

1. Analysieren Sie den folgenden Satz: *Ist eine Gerade  $t$  Tangente an einen Kreis  $k$  mit dem Mittelpunkt  $M$  und ist  $A$  der Berührungspunkt, so steht der Radius  $\overline{MA}$  senkrecht auf  $t$ .* (9 Pkt.)
  - (a) Wie wird der Begriff „Tangente an einen Kreis“ in der Sekundarstufe I (Klassenstufe 7 oder 8) üblicherweise eingeführt? (1)
  - (b) Bilden Sie die Umkehrung des o. g. Satzes. Formulieren Sie danach den Satz und seine Umkehrung zusammengefasst (unter Verwendung von „genau dann, wenn“). (2)
  - (c) Vergleichen Sie die Bedeutung des o. g. Satzes und die seiner Umkehrung in Hinblick auf die Konstruktion von Kreistangenten. (1)
  - (d) Geben Sie eine für die Altersgruppe (Klassenstufe 7/8) geeignete anschauliche Begründung für die von Ihnen formulierte Umkehrung (unter Berufung auf Symmetrie) an. (1)
  - (e) Führen Sie einen Beweis der von Ihnen formulierten Umkehrung, der auf Grundlagen basiert, die in den betreffenden Klassenstufen zur Verfügung stehen (Hinweis: Basiswinkelsatz, Innenwinkelsatz).  
Warum bietet sich hierbei ein indirekter Beweis an; wie lässt sich dies mit Schülerinnen und Schülern herausarbeiten? (4)
  
2. Aussagen über Rechtecke (7 Pkt.)
  - (a) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? (2)
    - (1) Wenn bei einem Viereck der Diagonalschnittpunkt von allen Eckpunkten gleich weit entfernt ist, so ist das Viereck ein Rechteck.
    - (2) Wenn sich bei einem Viereck die beiden Diagonalen halbieren, so ist es ein Rechteck.
    - (3) Wenn ein Viereck ein Rechteck ist, so halbieren sich seine Diagonalen.
  - (b) Beweisen Sie (mit Mitteln, die spätestens in der Klassenstufe 8 zur Verfügung stehen) die von Ihnen als richtig erkannte(n) Aussage(n) und begründen Sie, warum die von Ihnen erkannten falschen Aussagen tatsächlich falsch sind. (5)
  
3. Beweisen Sie auf zwei Arten (mit und ohne Verwendung von Flächeninhaltsformeln):  
*Die Längen der Höhen eines beliebigen Dreiecks verhalten sich zueinander umgekehrt wie die zugehörigen Seitenlängen; sind also  $a$  und  $b$  zwei Seiten eines Dreiecks sowie  $h_a$  und  $h_b$  die zugehörigen Höhen, so gilt  $\frac{h_b}{h_a} = \frac{a}{b}$ .* (4 Pkt.)  
*Hinweis:* Auch für den Beweis ohne Verwendung von Flächeninhaltsformeln sollen nur Mittel genutzt werden, die Gegenstand des Schulstoffs der Sekundarstufe I sind, z. B. Ähnlichkeitssätze.

Bewertung: 1 Punkt für einen Beweis mit, 3 Punkte für einen Beweis ohne Flächeninhaltsformeln.