

# Didaktik der Analysis und der Analytischen Geometrie/ Linearen Algebra

## 1. Ziele und Grundpositionen zum MU der S II

A. Filler

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik



Sommersemester 2018

Internetseite zur Vorlesung:

<http://www.mathematik.hu-berlin.de/~filler/> → Lehre

- ▶ Ziele und Grundpositionen zum Mathematikunterricht der S II

## Teil 1: Didaktik der Analysis

- ▶ Die reellen Zahlen
- ▶ Zahlenfolgen und Grenzwerte
- ▶ Zugänge zum Ableitungsbegriff, Differentialrechnung  
Funktionsuntersuchungen
- ▶ Integralrechnung  
Anwendungen und Modellbildungen

## Teil 2: Didaktik der Analytischen Geometrie/ Linearen Algebra

# Literaturempfehlungen (Didaktik der Analysis)

Greefrath, G.; Oldenburg, R.; Siller, H.-S.; Ulm, V.; Weigand, H.-G.: *Didaktik der Analysis*. Springer Spektrum, 2016.  
(PDF-Version erhältlich über Springerlink)

Danckwerts, R.; Vogel, D.: *Analysis verständlich unterrichten*. Elsevier/Spektrum: München/Heidelberg, 2006.

Tietze, U.-P.; Klika, M.; Wolpers, H. (Hrsg.): *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II, Bd. 1: Fachdidaktische Grundfragen, Didaktik der Analysis*. Vieweg, 2000.

Weigand, H.-G.: *Zur Didaktik des Folgenbegriffs*. BI-Wissenschaftsverlag, 1993.

– **Artikel in Fachzeitschriften:** → Hinweise zu einzelnen Themen.

– **Schulbücher**

Fachliche Grundlagen (Analysis):

Bücher zu Analysis I/II wie Forster, Behrends, Walter, Königsberger, o. ä. oder

Büchler, A.; Henn, H.-W.: *Elementare Analysis*. Springer/Spektrum, 2010.

Henn, H.-W.; Filler, A.: *Didaktik der Analytischen Geometrie und Linearen Algebra*. Springer Spektrum, 2015. (PDF-Version erhältlich über Springerlink)

Tietze, U.-P.; Klika, M.; Wolpers, H. (Hrsg.): *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II, Bd. 2: Didaktik der Analytischen Geometrie und Linearen Algebra*. Vieweg, 2000.

– **Artikel in Fachzeitschriften:** → Hinweise zu einzelnen Themen.

– **Schulbücher**

Fachliche Grundlagen (Analytische Geometrie/ Lineare Algebra):

Bücher zu Lineare Algebra I/II wie Fischer, Jänich, Anton o. ä. oder

**Filler, A.:** *Elementare Lineare Algebra*. Springer/Spektrum, 2011.  
(PDF-Version erhältlich über Springerlink)

## Dokumente

**BORNELEIT; DANCKWERTS; HENN; WEIGAND (2000):** Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe

**KMK (2012):** Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik (KMK-Beschluss vom 01.12.1989 i.d.F. vom 24.05.2002)

**SenBJW (2014):** Rahmenlehrplan Mathematik für die gymnasiale Oberstufe (Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft Berlin, 2014)

(Links befinden sich auf der Webseite zur Vorlesung)

## 1. Ziele und Grundpositionen zum MU der S II

**Grunderfahrungen des Mathematikunterrichts**

**Probleme des MU in der S II, Lösungsansätze**

**Kompetenzen und Leitideen des MU in der S II**

# Grunderfahrungen des Mathematikunterrichts

Mathematikunterricht in allgemeinbildendem Sinne ist nach HEINRICH WINTER durch drei *Grunderfahrungen* gekennzeichnet:<sup>1</sup>

- (G1) *„Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,*
- (G2) *mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formen, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,*
- (G3) *in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.“*

---

<sup>1</sup>WINTER, H.: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* 61 (1995), S. 37-46.

Kurzfassung:

- (G1) Anwendungs-/ Modellbildungsprozess
- (G2) innermathematische Orientierung
- (G3) heuristische Denk- und Arbeitsweisen

Grunderfahrungen nach WINTER: allgemeiner **Bezugsrahmen** des MU

In jedem der Gebiete Analysis, Analytische Geometrie/ Lineare Algebra und Stochastik sind (G1), (G2) und (G3) relevant.



## 1. Ziele und Grundpositionen zum MU der S II

Grunderfahrungen des Mathematikunterrichts

**Probleme des MU in der S II, Lösungsansätze**

Kompetenzen und Leitideen des MU in der S II

## Einige gravierende Probleme und Defizite des MU in der S II<sup>2</sup>.

- ▶ Einseitige Orientierung an der Grunderfahrung (G2)
  - ▶ Genauer: Einseitige Orientierung an Relikten bzw. Fragmenten der Grunderfahrung (G2), siehe Kalkülorientierung.
- ▶ Orientierung am Kalkül
  - ▶ Konzentration der Stoffbearbeitung und des Übungsgeschehens auf die Beherrschung von Kalkülen und Routinen
  - ▶ Zu erwartende Abituraufgaben als „heimlicher Lehrplan“
  - ▶ Bereits 1973 formulierte Freudenthal:  
*„Wenn unser Unterricht heute darin besteht, dass wir Kindern Dinge beibringen, die in einem oder zwei Jahrzehnten besser von Maschinen erledigt werden, beschwören wir Katastrophen herauf.“*

---

<sup>2</sup>Siehe vor allem: BORNELEIT; DANCKWERTS; HENN; WEIGAND (2000):  
Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe

## Einige gravierende Probleme und Defizite des MU in der S II<sup>2</sup>.

- ▶ Einseitige Orientierung an der Grunderfahrung (G2)
  - ▶ Genauer: Einseitige Orientierung an Relikten bzw. Fragmenten der Grunderfahrung (G2), siehe Kalkülorientierung.
- ▶ Orientierung am Kalkül
  - ▶ Konzentration der Stoffbearbeitung und des Übungsgeschehens auf die Beherrschung von Kalkülen und Routinen
  - ▶ Zu erwartende Abituraufgaben als „heimlicher Lehrplan“
  - ▶ Bereits 1973 formulierte Freudenthal:  
*„Wenn unser Unterricht heute darin besteht, dass wir Kindern Dinge beibringen, die in einem oder zwei Jahrzehnten besser von Maschinen erledigt werden, beschwören wir Katastrophen herauf.“*

---

<sup>2</sup>Siehe vor allem: BORNELEIT; DANCKWERTS; HENN; WEIGAND (2000):  
Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe

## Einige gravierende Probleme und Defizite des MU in der S II<sup>2</sup>.

- ▶ Einseitige Orientierung an der Grunderfahrung (G2)
  - ▶ Genauer: Einseitige Orientierung an Relikten bzw. Fragmenten der Grunderfahrung (G2), siehe Kalkülorientierung.
- ▶ Orientierung am Kalkül
  - ▶ Konzentration der Stoffbearbeitung und des Übungsgeschehens auf die Beherrschung von Kalkülen und Routinen
  - ▶ Zu erwartende Abituraufgaben als „heimlicher Lehrplan“
  - ▶ Bereits 1973 formulierte Freudenthal:  
*„Wenn unser Unterricht heute darin besteht, dass wir Kindern Dinge beibringen, die in einem oder zwei Jahrzehnten besser von Maschinen erledigt werden, beschwören wir Katastrophen herauf.“*

---

<sup>2</sup>Siehe vor allem: BORNELEIT; DANCKWERTS; HENN; WEIGAND (2000):  
Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe

## Einige Lösungsansätze (?)

- ▶ **Orientierung an fundamentalen Ideen**
  - siehe Kompetenzen und Leitideen
- ▶ **Vernetzung als Orientierungsgrundlage**
  - ▶ Isolation der Gebiete Analysis, Analytische Geometrie/ Lineare Algebra und Stochastik, (im schlimmsten Falle sogar von Teilgebieten) „aufbrechen“.
- ▶ **Grundvorstellungen versus Kalkülorientierung**
- ▶ **Anwendungsorientierung**
  - ▶ Einbeziehung von „echten“ (zumindest von etwas „echteren“) Anwendungen und Modellbildungen

## Einige Lösungsansätze (?)

- ▶ **Orientierung an fundamentalen Ideen**
  - siehe Kompetenzen und Leitideen
- ▶ **Vernetzung als Orientierungsgrundlage**
  - ▶ Isolation der Gebiete Analysis, Analytische Geometrie / Lineare Algebra und Stochastik, (im schlimmsten Falle sogar von Teilgebieten) „aufbrechen“.
- ▶ **Grundvorstellungen versus Kalkülorientierung**
- ▶ **Anwendungsorientierung**
  - ▶ Einbeziehung von „echten“ (zumindest von etwas „echteren“) Anwendungen und Modellbildungen

## Einige Lösungsansätze (?)

- ▶ **Orientierung an fundamentalen Ideen**
  - siehe Kompetenzen und Leitideen
- ▶ **Vernetzung als Orientierungsgrundlage**
  - ▶ Isolation der Gebiete Analysis, Analytische Geometrie/ Lineare Algebra und Stochastik, (im schlimmsten Falle sogar von Teilgebieten) „aufbrechen“.
- ▶ Grundvorstellungen versus Kalkülorientierung
- ▶ Anwendungsorientierung
  - ▶ Einbeziehung von „echten“ (zumindest von etwas „echteren“) Anwendungen und Modellbildungen

## Einige Lösungsansätze (?)

- ▶ **Orientierung an fundamentalen Ideen**
  - siehe Kompetenzen und Leitideen
- ▶ **Vernetzung als Orientierungsgrundlage**
  - ▶ Isolation der Gebiete Analysis, Analytische Geometrie/ Lineare Algebra und Stochastik, (im schlimmsten Falle sogar von Teilgebieten) „aufbrechen“.
- ▶ **Grundvorstellungen versus Kalkülorientierung**
- ▶ **Anwendungsorientierung**
  - ▶ Einbeziehung von „echten“ (zumindest von etwas „echteren“) Anwendungen und Modellbildungen



## Einige Lösungsansätze (?)

- ▶ **Orientierung an fundamentalen Ideen**
  - siehe Kompetenzen und Leitideen
- ▶ **Vernetzung als Orientierungsgrundlage**
  - ▶ Isolation der Gebiete Analysis, Analytische Geometrie/ Lineare Algebra und Stochastik, (im schlimmsten Falle sogar von Teilgebieten) „aufbrechen“.
- ▶ **Grundvorstellungen versus Kalkülorientierung**
- ▶ **Anwendungsorientierung**
  - ▶ Einbeziehung von „echten“ (zumindest von etwas „echteren“) Anwendungen und Modellbildungen

## 1. Ziele und Grundpositionen zum MU der S II

Grunderfahrungen des Mathematikunterrichts

Probleme des MU in der S II, Lösungsansätze

**Kompetenzen und Leitideen des MU in der S II**

## Allgemeine mathematische Kompetenzen für die Sekundarstufe II

(KMK 2012, Rahmenlehrplan Berlin 2014)

- (K1) Mathematisch argumentieren
- (K2) Probleme mathematisch lösen
- (K3) Mathematisch modellieren
- (K4) Mathematische Darstellungen verwenden
- (K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
- (K6) Mathematisch kommunizieren

## Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen (Leitideen) für die Sekundarstufe II

(KMK 2012, Rahmenlehrplan Berlin 2014)

- (L1) Algorithmus und Zahl
- (L2) Messen
- (L3) Raum und Form
- (L4) Funktionaler Zusammenhang
- (L5) Daten und Zufall

- I Routineargumentationen (bekannte Sätze, Verfahren, Herleitungen usw.) wiedergeben und anwenden

einfache rechnerische Begründungen geben oder einfache logische Schlussfolgerungen ziehen

Argumentationen auf der Basis von Alltagswissen führen

- II überschaubare mehrschrittige Argumentationen und logische Schlüsse nachvollziehen, erläutern oder entwickeln

- III Beweise erläutern oder entwickeln, anspruchsvolle Argumentationen nutzen oder entwickeln

verschiedene Argumente nach Kriterien wie Reichweite und Schlüssigkeit bewerten

- I Routineargumentationen (bekannte Sätze, Verfahren, Herleitungen usw.) wiedergeben und anwenden
  - einfache rechnerische Begründungen geben oder einfache logische Schlussfolgerungen ziehen
  - Argumentationen auf der Basis von Alltagswissen führen
- II überschaubare mehrschrittige Argumentationen und logische Schlüsse nachvollziehen, erläutern oder entwickeln
- III Beweise erläutern oder entwickeln, anspruchsvolle Argumentationen nutzen oder entwickeln
  - verschiedene Argumente nach Kriterien wie Reichweite und Schlüssigkeit bewerten

- I Routineargumentationen (bekannte Sätze, Verfahren, Herleitungen usw.) wiedergeben und anwenden
  - einfache rechnerische Begründungen geben oder einfache logische Schlussfolgerungen ziehen
  - Argumentationen auf der Basis von Alltagswissen führen
- II überschaubare mehrschrittige Argumentationen und logische Schlüsse nachvollziehen, erläutern oder entwickeln
- III Beweise erläutern oder entwickeln, anspruchsvolle Argumentationen nutzen oder entwickeln
  - verschiedene Argumente nach Kriterien wie Reichweite und Schlüssigkeit bewerten

# Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik

