

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Algebra / Zahlentheorie

Prof. Dr. Jürg Kramer

Abgabetermin: 01.05.2023 bis 09:00 Uhr auf Moodle

Bitte beachten:**Jede Aufgabe in separatem PDF abgeben.****Erste Seite in jedem PDF mit Namen und Matrikelnummern versehen.****Partnerabgabe ist erlaubt und wird empfohlen.****Serie 1 (30 Punkte)****Aufgabe 1 (10 Punkte)**

Es seien n, m, p beliebige natürliche Zahlen. Beweisen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion die folgenden Rechengesetze:

- Distributivgesetz:

$$(n + m) \cdot p = (n \cdot p) + (m \cdot p).$$

- Kommutativgesetz der Multiplikation:

$$n \cdot m = m \cdot n.$$

- Assoziativgesetz der Multiplikation:

$$n \cdot (m \cdot p) = (n \cdot m) \cdot p.$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- (a) Es sei $q \neq 1$ eine natürliche Zahl. Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{j=0}^n q^j = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

- (b) Geben Sie eine Formel für die Anzahl der Diagonalen in einem konvexen n -Eck ($n \geq 3$) an und beweisen Sie diese.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussage: Das Produkt zweier natürlicher Zahlen m und n ist genau dann gleich 0, wenn mindestens eine der beiden Zahlen m oder n gleich 0 ist.