

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Algebra / Zahlentheorie

Prof. Dr. J. Kramer

Abgabetermin: 30.05.2023 bis 09:00 Uhr auf Moodle

Bitte beachten:**Jede Aufgabe in separatem PDF abgeben.****Erste Seite in jedem PDF mit Namen und Matrikelnummern versehen.****Partnerabgabe ist erlaubt und wird empfohlen.****Serie 5 (30 Punkte)****Aufgabe 1 (10 Punkte)**

Bestimmen Sie alle strukturell verschiedenen Gruppentafeln zu Gruppen der Ordnungen 1, 2, 3 und 4.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie für jedes Element $\pi \in S_3$ seine Ordnung $\text{ord}_{S_3}(\pi)$.
- (b) Bestimmen Sie alle Untergruppen der Gruppe S_3 . Welche davon sind kommutativ? Welche davon sind zyklisch? Welche davon sind Normalteiler? Begründen Sie!
- (c) Gibt es einen Gruppenisomorphismus zwischen S_3 und \mathcal{R}_6 ? Begründen Sie!

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Es sei $f: (G, \circ_G) \rightarrow (H, \circ_H)$ ein Gruppenhomomorphismus.

- (a) Zeigen Sie, dass für ein Element $g \in G$ und sein Inverses $g^{-1} \in G$ die Gleichheit $f(g^{-1}) = f(g)^{-1}$ in H besteht.
- (c) Zeigen Sie, dass für ein Element $g \in G$ stets $\text{ord}_G(g) \geq \text{ord}_H(f(g))$ gilt.
- (d) Zeigen Sie: Ist f ein Gruppenisomorphismus, so ist die mengentheoretische Umkehrabbildung $f^{-1}: H \rightarrow G$ ebenfalls ein Gruppenisomorphismus.