

## MSG (Zirkel 12) – Hausaufgaben

1. Die Loszettel einer gewissen Lotterie enthalten sämtliche neunstelligen Zahlen, die mit den Ziffern 1, 2, 3 gebildet werden können; dabei steht auf jedem Loszettel genau eine Zahl. Es gibt nur rote, gelbe und blaue Loszettel. Zwei Losnummern, die sich an allen neun Stellen unterscheiden, stehen stets auf Zetteln verschiedener Farbe. Jemand zieht ein rotes Los und ein gelbes Los; das rote Los hat die Nummer 122 222222, das gelbe Los hat die Nummer 222 222 222.  
Der Hauptgewinn fällt auf das Los mit der Nummer 123 123 123.  
Welche Farbe hat es? (Beweis)
2. Gegeben ist ein konvexes Polyeder mit einer geraden Anzahl von Kanten. Man beweise, dass jede Kante so mit einem Pfeil versehen werden kann, dass für jede Ecke die Anzahl der in ihr mündenden Pfeile gerade ist. (Ecken, in die eine gerade bzw. ungerade Anzahl von Pfeilen münden, nennen wir *gerade* bzw. *ungerade* Ecken.)
3. The angle at  $A$  is the smallest angle in the triangle  $\triangle ABC$ . The points  $B$  and  $C$  divide the circumcircle of the triangle  $\triangle ABC$  into two arcs. Let  $U$  be an interior point of the arc between  $B$  and  $C$  which does not contain  $A$ . The perpendicular bisectors of  $\overline{AB}$  and  $\overline{AC}$  meet the line  $AU$  at  $V$  and  $W$ , respectively. The lines  $BV$  and  $CW$  meet at  $T$ .  
Show that  $|\overline{AU}| = |\overline{TB}| + |\overline{TC}|$ .