

MSG (Zirkel 12) – Hausaufgaben

1. Man ermittle alle Tripel (x, y, z) ganzer Zahlen, die jede der folgenden Gleichungen erfüllen:

$$(1) \quad x^3 - 4x^2 - 16x + 60 = y$$

$$(2) \quad y^3 - 4y^2 - 16y + 60 = z$$

$$(3) \quad z^3 - 4z^2 - 16z + 60 = x.$$

2. Sei $\triangle ABC$ ein spitzwinkliges Dreieck mit $|\overline{AB}| \neq |\overline{AC}|$. Der Kreis mit dem Durchmesser \overline{BC} schneidet die Seiten \overline{AB} und \overline{AC} in M und N . Sei O der Mittelpunkt der Seite \overline{BC} . Die Winkelhalbierenden der Winkel $\angle BAC$ und $\angle MON$ schneiden sich in R . Zeigen Sie, dass die Umkreise der Dreiecke $\triangle BMR$ und $\triangle CNR$ einen gemeinsamen Punkt auf der Seite \overline{BC} haben.

3. Find all solutions in positive integers a, b, c to the equation $a! \times b! = a! + b! + c!$