

MSG (Zirkel 12) – Hausaufgaben

1. Sei $\triangle ABC$ ein Dreieck mit den Seitenlängen a, b, c , dem Höhenschnittpunkt H , dem Umkreismittelpunkt O und dem Umkreisradius R . Beweisen Sie, dass $|\overline{OH}|^2 = 9R^2 - a^2 - b^2 - c^2$.
2. Für welche natürlichen Zahlen n gibt es genau zwei verschiedene Primzahlen, die $n^3 - n$ teilen?
3. Two circles k_1 and k_2 in a plane intersect in the points A and B . Starting simultaneously from A two points P_1 and P_2 (on k_1 and k_2) move with constant speed, each traveling along its own circle in the same sense. The two points return to A simultaneously after one revolution. Find the locus of the midpoint H of $\overline{P_1P_2}$ and prove that there is a fixed point P in the plane such that the two points are always equidistant from P .