

MSG (Zirkel 12) – Hausaufgaben

1. Man betrachte fünf positive ganze Zahlen, bei denen die Summe von je drei dieser Zahlen durch die Summe der restlichen beiden Zahlen teilbar ist; dies ist z.B. der Fall bei den Zahlen 1, 1, 1, 1, 2. Man entscheide, ob es fünf *paarweise verschiedene* Zahlen mit dieser Eigenschaft gibt.
2. Es sei $\triangle ABC$ ein Dreieck mit dem Inkreismittelpunkt I . Für einen Punkt P im Innern des Dreiecks gelte:
$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$
Man beweise die Ungleichung $|\overline{AP}| \geq |\overline{AI}|$ mit Gleichheit genau dann, wenn $P = I$ gilt.
3. (a) Find a two-digit number which is four times the sum of its digits. Now reverse the digits of your original number. This new number is k times the sum of its digits. What is the value of k ?
(b) A two-digit number is n times the sum of its digits, where n is a positive integer. Now when a new number is formed by reversing the digits of the original number, what is the corresponding value of k ?