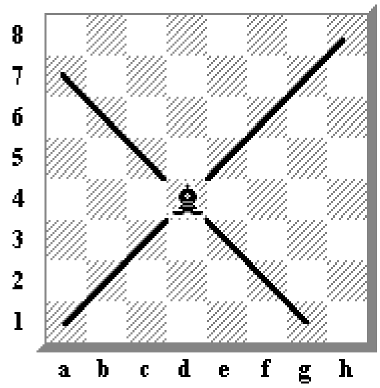
MSG (Zirkel 12) – Hausaufgaben

1. Wie viele Könige, Damen, Türme, Läufer bzw. Springer – gemeint ist immer nur eine Art von Figur – lassen sich höchstens auf ein Schachbrett stellen, sodass kein König einen anderen König, keine Dame eine andere Dame, kein Turm einen anderen Turm, kein Läufer einen anderen Läufer oder kein Springer einen anderen Springer schlagen kann?

   Damit die Lösungen besser verglichen werden können, soll eine der Figuren immer auf a1 stehen.



2. Sei ΔABC ein spitzwinkliges Dreieck mit dem Umkreismittelpunkt O und dem Umkreisradius R. Sei A' der zweite Schnittpunkt der Geraden AO mit dem Umkreis von ΔBOC. Ebenso seien B', C' die zweiten Schnittpunkte von BO bzw. CO mit den Umkreisen von ΔCOA bzw. ΔAOB. Zeigen Sie, dass
   $$|\overline{OA'}| \cdot |\overline{OB'}| \cdot |\overline{OC'}| \geq 8 \cdot R^3$$
   und untersuchen Sie, wann Gleichheit gilt.

3. AB is tangent to the circles $CAMN$ ($= k_1$) and $NMBD$ ($= k_2$). M lies between C and D on the line CD, and CD is parallel to AB. The chords $\overline{NA}$ and $\overline{CM}$ meet at P; the chords $\overline{NB}$ and $\overline{MD}$ meet at Q. The rays CA^+ and DB^+ meet at E. Prove that $|\overline{PE}| = |\overline{QE}|$.