MSG (Zirkel 12) – Hausaufgaben

1. Es ist zu beweisen, dass es unendlich viele natürliche Zahlen a mit der folgenden Eigenschaft gibt: Die Zahl $z = n^4 + a$ ist für keine natürliche Zahl n eine Primzahl.

2. Bestimmen Sie alle Lösungen $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ des folgenden Ungleichungssystems

$$(x_1^2 - x_3x_5)(x_2^2 - x_3x_5) \le 0 \qquad (1)$$
$$(x_2^2 - x_4x_1)(x_3^2 - x_4x_1) \le 0 \qquad (2)$$
$$(x_3^2 - x_5x_2)(x_4^2 - x_5x_2) \le 0 \qquad (3)$$
$$(x_4^2 - x_1x_3)(x_5^2 - x_1x_3) \le 0 \qquad (4)$$
$$(x_5^2 - x_2x_4)(x_1^2 - x_2x_4) \le 0 \qquad (5)$$

wobei x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 positive reelle Zahlen sein sollen.

3. AB is tangent to the circles $CAMN$ and $NMBD$. M lies between C and D on the line CD, and CD is parallel to AB. The chords $\overline{NA}$ and $\overline{CM}$ meet at P; the chords $\overline{NB}$ and $\overline{MD}$ meet at Q. The rays CA^+ and DB^+ meet at E. Prove that $|\overline{PE}| = |\overline{QE}|$.