

## MSG (Zirkel 12) – Hausaufgaben

1. Uns stehen verschiedene Arten von Postkarten zur Verfügung, die wir an unsere  $k \geq 1$  Freunde verschicken möchten. Auf wie viele verschiedene Arten ist das unter den folgenden Gegebenheiten möglich?
  - a) Wir haben nur eine Sorte von Postkarten und davon nur  $n \geq k$  Stück. Jeder Freund soll mindestens eine Karte erhalten und alle Karten sollen verschickt werden.
  - b) Wie in a), aber es braucht nicht jeder Freund eine Karte zu erhalten.
  - c) Es gibt  $n$  Typen von Postkarten und genau  $a_i$  Stück vom Typ  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Alle Karten sollen auf beliebige Weise an die Freunde verschickt werden. Nicht jeder Freund braucht eine Karte zu erhalten.
2. Das *logarithmische Mittel* ist in  $\mathbf{R}_+^*$  wie folgt definiert:  $L(x, y) = \frac{x - y}{\log x - \log y}$  ( $x \neq y$ ).  
Zeigen Sie:  $\frac{1}{L(x, y)} = \int_0^{\infty} \frac{dt}{(t+x)(t+y)}$ .
3. The triangle  $\triangle ABC$  has a right angle at  $C$ . The point  $P$  is located on segment  $\overline{AC}$  such that triangles  $\triangle PBA$  and  $\triangle PBC$  have congruent inscribed circles. Express the length  $x = |\overline{PC}|$  in terms of  $a = |\overline{BC}|$ ,  $b = |\overline{CA}|$  and  $c = |\overline{AB}|$ .