

MSG (Zirkel 12) – Hausaufgaben

1. Uns stehen verschiedene Arten von Postkarten zur Verfügung, die wir an unsere $k \geq 1$ Freunde verschicken möchten. Auf wie viele verschiedene Arten ist das unter den folgenden Gegebenheiten möglich?
 - a) Wir haben nur eine Sorte von Postkarten und davon nur $n \geq k$ Stück. Jeder Freund soll mindestens eine Karte erhalten und alle Karten sollen verschickt werden.
 - b) Wie in a), aber es braucht nicht jeder Freund eine Karte zu erhalten.
 - c) Es gibt n Typen von Postkarten und genau a_i Stück vom Typ i ($i = 1, 2, \dots, n$). Alle Karten sollen auf beliebige Weise an die Freunde verschickt werden. Nicht jeder Freund braucht eine Karte zu erhalten.
2. Das *logarithmische Mittel* ist in \mathbf{R}_+^* wie folgt definiert: $L(x, y) = \frac{x - y}{\log x - \log y}$ ($x \neq y$).
Zeigen Sie: $\frac{1}{L(x, y)} = \int_0^{\infty} \frac{dt}{(t+x)(t+y)}$.
3. The triangle $\triangle ABC$ has a right angle at C . The point P is located on segment \overline{AC} such that triangles $\triangle PBA$ and $\triangle PBC$ have congruent inscribed circles. Express the length $x = |\overline{PC}|$ in terms of $a = |\overline{BC}|$, $b = |\overline{CA}|$ and $c = |\overline{AB}|$.