

**MSG (Zirkel 12) – Hausaufgaben**

1. Zeigen Sie, dass für natürliche Zahlen  $A, B \geq 1$  gilt:  $A + B - \left\lceil \frac{A+1}{B} \right\rceil B \equiv A \pmod{B}$ .
2. Es ist zu beweisen, dass für jede natürliche Zahl  $n$  ( $n \neq 0$ ) und für jede reelle Zahl  $x \neq \frac{\lambda\pi}{2^k}$   
( $k = 0, 1, \dots, n$ ;  $\lambda$  beliebige ganze Zahl)  $\frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\sin 4x} + \dots + \frac{1}{\sin 2^n x} = \cot x - \cot 2^n x$  gilt.
3. Vertex  $A$  of the acute triangle  $\triangle ABC$  is equidistant from the circumcentre  $O$  and the orthocentre  $H$ . Determine all possible values for the measure of angle  $\alpha$ .