

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Algebra / Zahlentheorie

Prof. Dr. J. Kramer

Abgabetermin: 30.04.2018 in der Vorlesung

Bitte beachten:

JEDE Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.

JEDES Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.

Serie 1 (30 Punkte)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es seien n, m, p beliebige natürliche Zahlen. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die folgenden Rechengesetze:

- Assoziativgesetz der Multiplikation:

$$n \cdot (m \cdot p) = (n \cdot m) \cdot p.$$

- Kommutativgesetz der Multiplikation:

$$n \cdot m = m \cdot n.$$

- Distributivgesetz:

$$p \cdot (n + m) = (p \cdot n) + (p \cdot m).$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- (a) Es sei $q \neq 1$ eine natürliche Zahl. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

- (b) Geben Sie eine Formel für die Anzahl der Diagonalen in einem konvexen n -Eck ($n \geq 3$) an und beweisen Sie diese.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussage: Das Produkt zweier natürlicher Zahlen m und n ist genau dann gleich 0, wenn mindestens eine der beiden Zahlen gleich 0 ist.