

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Algebra / Zahlentheorie

Prof. Dr. J. Kramer

Abgabetermin: 28.05.2018 in der Vorlesung

Bitte beachten:**JEDE Aufgabe auf einem neuen Blatt abgeben.****JEDES Blatt mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe versehen.****Serie 5 (30 Punkte)****Aufgabe 1 (10 Punkte)**

Geben Sie alle strukturell verschiedenen Gruppentafeln zu Gruppen der Ordnungen 1, 2, 3 und 4 an. Begründen Sie.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- Bestimmen Sie für jedes Element $\pi \in S_3$ seine Ordnung $\text{ord}_{S_3}(\pi)$.
- Finden Sie alle Untergruppen der Gruppe S_3 . Welche davon sind kommutative Gruppen? Welche sind zyklisch?
- Gibt es einen Gruppenisomorphismus zwischen S_3 und \mathcal{R}_6 bzw. zwischen S_3 und D_6 ? Begründen Sie.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Es sei $f : (G, \circ_G) \longrightarrow (H, \circ_H)$ ein Gruppenhomomorphismus.

- Zeigen Sie, dass für die neutralen Elemente $e_G \in G$ und $e_H \in H$ die Gleichheit $f(e_G) = e_H$ besteht.
- Zeigen Sie, dass für ein Element $g \in G$ und sein Inverses $g^{-1} \in G$ die Gleichheit $f(g^{-1}) = f(g)^{-1}$ in H gilt.
- Zeigen Sie, dass für ein Element $g \in G$ stets $\text{ord}_G(g) \geq \text{ord}_H(f(g))$ gilt.
- Zeigen Sie: Ist f ein Gruppenisomorphismus, so ist die mengentheoretische Umkehrabbildung $f^{-1} : H \longrightarrow G$ ebenfalls ein Gruppenisomorphismus.