MSG-Zirkel 8b | 18. April 2024

Einführung in die Spieltheorie I

1. Das Zahlwahlspiel

Alle Spieler wählen verdeckt eine natürliche Zahl zwischen (einschließlich) 1 und 100. Es gewinnt, wessen Zahl am nächsten an $\frac{2}{3}$ des Mittelwertes aller Zahlen liegt.

(a) Notiere nach zehn Sekunden Bedenkzeit deine Zahl auf dem kleinen Zettel. Füge außerdem deine Initialien hinzu, damit die Zettel hinterher wieder zugeordnet werden können.

(b) Du hast nun zwei Minuten Bedenkzeit. Wähle erneut eine Zahl, notiere sie auf dem Zettel und kennzeichne, welche Zahl deine neue ist.

2. Das Gefangenendilemma

Die Verbrecher Vito und Joe haben gemeinsam ein Juweliergeschäft ausgeraubt. Die Polizei ist sich dessen auch ziemlich sicher, kann den beiden aber nichts nachweisen außer illegalen Waffenbesitz – wofür beide jeweils 1 Jahr ins Gefängnis müssten.

Aber die Ermittler haben eine Idee. Sie verhören Vito und Joe getrennt voneinander und bieten beiden einen Deal an. Wer das Verbrechen gesteht, erhält als Kronzeuge einen Straferlass, der so geregelt ist:

Gesteht einer der Gefangenen, während der andere schweigt, bekommt der Geständige seine Strafe komplett erlassen, während der andere Gefangene für volle 5 Jahre ins Gefängnis muss.

Gestehen beide Gefangenen, erhalten sie jeweils nur 3 Jahre Gefängnis.

Schweigen beide Gefangenen, bleibt es bei 1 Jahr Haft für jeden.

Die Entscheidung müssen Vito und Joe alleine und ohne Absprache treffen.

Diese Situation kann man in einer *Auszahlungsmatrix* festhalten:

		Joe	
		gesteht	schweigt
Vito	gesteht	-3 / -3	-5 / 0
	schweigt	0 / -5	-1 / -1

Diskutiert über die folgenden Fragen und haltet zentrale Gedanken stichpunktartig fest:

(a) Wie werden sich die beiden Gefangenen wohl entscheiden? Welche Gedanken könnten ihnen durch den Kopf gehen?

(b) Inwiefern ändern sich die Überlegungen, wenn die beiden Gefangenen sich zwischendurch absprechen könnten (die Entscheidung dann aber alleine treffen)?

(c) Angenommen, Vito und Joe treffen sich einige Jahre nach ihrer Haftstrafe wieder, überfallen einen anderen Juwelier und geraten erneut in die obige Situation. Wie könnten ihre jetzigen Entscheidungen von ihren damaligen beeinflusst werden?

3. Dominante Strategien und Nash-Gleichgewichte

> Eine Strategie eines Spielers heißt *dominant* gegenüber einer anderen Strategie, wenn sie bei allen Optionen seines Gegenspielers für ihn den größten Nutzen erbringt.
>
> Ein Zustand, von dem ausgehend kein Spieler durch eine Änderung seiner Strategie einen Vorteil erzielen kann, heißt *Nash-Gleichgewicht*.

Untersuche die folgenden spieltheoretischen Probleme auf dominante Strategien und Nash-Gleichgewichte. Erstelle bei Bedarf zunächst eine geeignete Auszahlungsmatrix.

(a) *Werbung:* Die Auszahlungsmatrix gibt den Umsatz der beiden konkurrierenden Sportartikelhersteller Nike und Adidas bei verschiedenen Werbestrategien an. Das Ziel beider Unternehmen besteht hierbei in der Maximierung des Umsatzes.

		Nike	
		mehr Werbung	wie bisher
Adidas	mehr Werbung	4 000 € 3 000 €	3 000€ 8 000 €
	wie bisher	5 000 € 4 000 €	2 000 € 5 000 €

(b) *Das Feiglingsspiel:* Zwei Sportwagen fahren mit hoher Geschwindigkeit aufeinander zu. Wer ausweicht, beweist damit seine Angst und hat das Spiel verloren. Weicht keiner aus, haben beide Spieler zwar die Mutprobe bestanden, ziehen jedoch daraus keinen persönlichen Nutzen, weil sie durch den Zusammenprall ihr Leben verlieren.

(c) *Das Urlauberdilemma:* Tanja und Markus haben sich im Urlaub zufällig dasselbe gläserne Souvenir gekauft. Weil diese bei der Kofferabfertigung leider zerbrochen sind, bietet die Fluggesellschaft ihnen eine Entschädigung an.

Da die Mitarbeiterin den Kaufpreis nicht kennt, bittet sie beide, den Wert des Souveniers in Euro verdeckt auf ein Stück Papier zu schreiben, und zwar als ganze Zahl zwischen 1 und 10. Beide bekommen dann den niedrigeren Betrag ausgezahlt, aber die Person, die den niedrigeren Wert aufgeschrieben hat, bekommt 2€ mehr als Belohnung für Ehrlichkeit – der anderen wird eine Strafgebühr von 2€ abgezogen.

4. Schnick-Schnack-Schnuck

Beim klassischen Schnick-Schnack-Schnuck gilt bekanntlich: Stein schlägt Schere, Schere schlägt Papier und Papier schlägt Stein.

(a) Stelle die „Strategien“ beim klassischen Schnick-Schnack-Schnuck in einer geeigneten Auszahlungsmatrix dar.

Oft wird dem Spiel (auch unangekündigt) der Brunnen hinzugefügt, der Stein *und* Schere schlägt und nur vom Papier geschlagen wird.

(b) Ergänze deine Auszahlungsmatrix um die neue Strategie „Brunnen“.
Ist das Spiel mit dem Brunnen immer noch fair?

(c) Vergleiche die Strategien „Brunnen“ und „Stein“. Was fällt dir auf?