

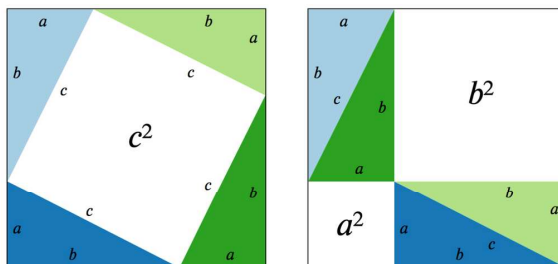
Spaß mit Pythagoras

1. Der meistbewiesene Satz der Welt

Schon im alten Babylon, China und Indien war der später nach Pythagoras von Samos benannte Satz bekannt:

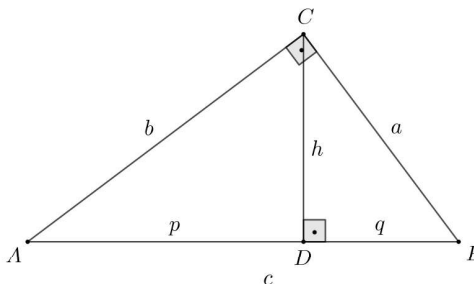
„In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates.“

- (a) Erkläre den folgenden Ergänzungsbeweis des Satzes des Pythagoras:



Begründe insbesondere, dass es sich bei dem inneren Viereck der linken Figur tatsächlich um ein Quadrat handelt.

- (b) Beweise den Satz des Pythagoras nur mit Hilfe der linken Figur, indem du den Flächeninhalt des großen Quadrates auf zwei verschiedene Weisen berechnest.
- (c) Zeichnet man in das in C rechtwinklige Dreieck $\triangle ABC$ die Höhe von C auf die gegenüberliegende Seite mit dem Höhenfußpunkt D ein, entstehen die wiederum rechtwinkligen Dreiecke $\triangle ACD$ und $\triangle CBD$.



Beweise, dass die Winkel $\angle ACD$ und $\angle CBD$ gleich groß sind.

Wiederholung: Ähnliche Dreiecke

Zwei Dreiecke heißen *ähnlich*, wenn sie durch Verschieben, Drehen, Spiegeln oder Strecken ineinander überführt werden können. Ähnliche Dreiecke stimmen in ihren Innenwinkeln und ihren Seitenverhältnissen überein.

Der wichtigste Ähnlichkeitssatz [ww] besagt, dass zwei Dreiecke schon dann ähnlich sind, wenn sie in zwei Innenwinkeln übereinstimmen.

- (d) Beweise mit Hilfe von ähnlichen Dreiecken die ganze Satzgruppe des Pythagoras (für Dreiecke mit den obigen Bezeichnungen):
- (i) Die *Kathetensätze* $a^2 = c \cdot q$ und $b^2 = c \cdot p$,
 - (ii) den *Höhensatz* $h^2 = p \cdot q$,
 - (iii) den Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$.