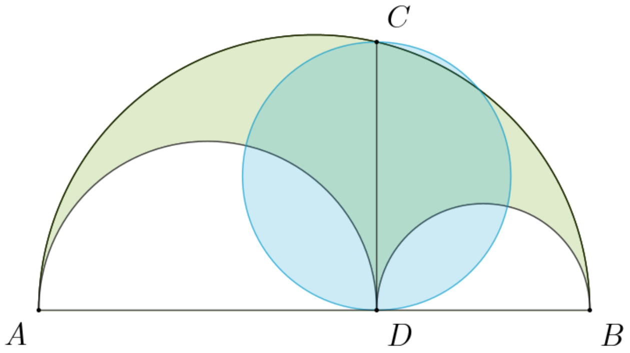
Die Sichel des Archimedes

Auf dem Durchmesser AB eines Kreises wählt man einen Punkt D und errichtet dann die Halbkreise über AD und DB. Die sichelförmige Figur, die entsteht, wenn man diese beiden Halbkreise aus dem Halbkreis über AB entfernt, wird als *Arbelos* bezeichnet. Errichtet man im Punkt D eine Senkrechte zum Durchmesser, schneidet diese den Halbkreis in einem Punkt C.



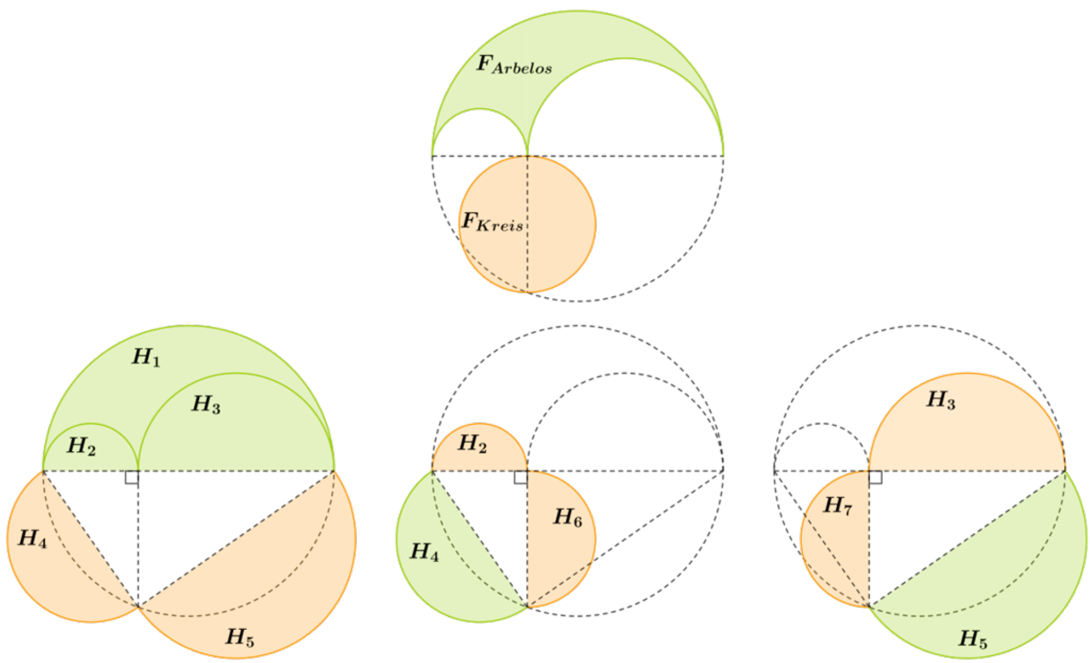
Wir bezeichnen den Radius des Halbkreises über AD mit a und den Radius des Halbkreises über DB mit b.

(a) Zeige, dass für die Fläche F_A des Arbelos $F_A = \pi \cdot a \cdot b$ gilt.

Wir errichten einen Kreis mit CD als Durchmesser und bezeichnen dessen Radius mit r.

(b) Beweise, dass dieser Kreis denselben Flächeninhalt hat wie der Arbelos.
Tipp: Höhensatz

(c*) Nutze die folgende Abbildung, um die Gleichheit der Flächeninhalte von Arbelos und Kreis zu beweisen, ohne die Flächeninhalte auszurechnen.
Hinweis: Folgere zunächst aus dem Satz des Pythagoras, dass die Flächen der Halbkreise über den Katheten zusammen der Fläche des Halbkreises über der Hypotenuse entsprechen.



Christoph Lieben
c.lieben@math.hu-berlin.de