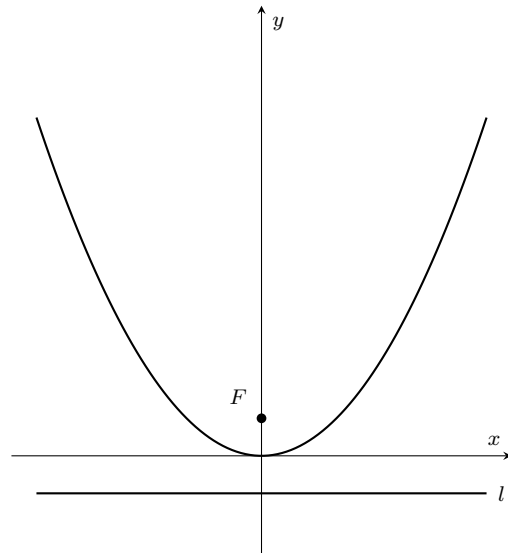
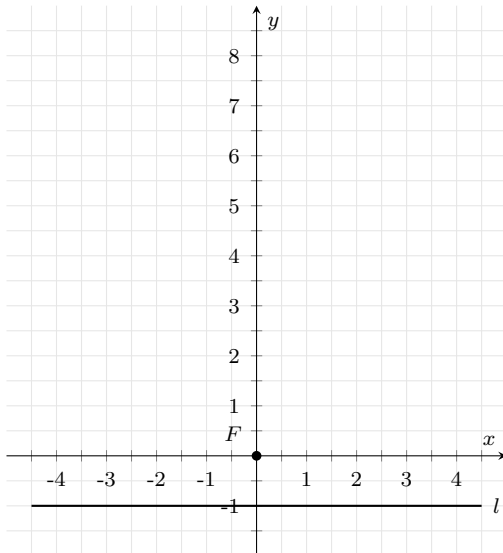


Parabolische und elliptische Spiegel

1. Parabeln und quadratische Gleichungen

Gegeben ist im linken Koordinatensystem die *Leitlinie* $l : y = -1$ und der *Brennpunkt* $F = (0 \mid 0)$.



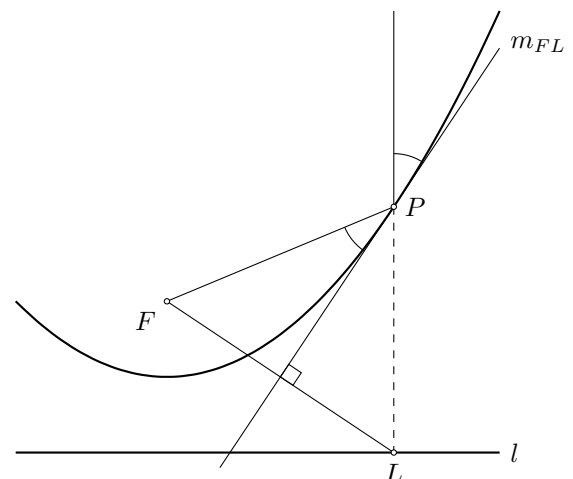
- Skizziere im linken Koordinatensystem die Kurve aller Punkte, die von l und F denselben Abstand haben und gib eine Gleichung (in x und y) an, die alle Punkte dieser Kurve erfüllen.
- Um eine Gleichung für die Parabel rechts zu ermitteln, wurde das Koordinatensystem dort so gewählt, dass die Leitlinie $l : y = -p$ und der Brennpunkt $F = (0 \mid p)$ gleich weit vom Koordinatenursprung entfernt sind.

Zeige: Für jeden Punkt $P = (x \mid y)$ auf der Parabel gilt die Gleichung $y = \frac{1}{4p}x^2$.

2. Die Geometrie von Parabolspiegeln

Eine Parabel reflektiert alle senkrecht einfallenden Strahlen in ihren Brennpunkt, egal wo sie die Parabel treffen. Das bedeutet, dass der Einfallswinkel zwischen dem im Punkt P einfallenden Strahl und der *Tangente* im Punkt P gleich groß sind. Die Tangente im Punkt P ist diejenige Gerade, die nur diesen einen Punkt P enthält und dabei nicht senkrecht zur Leitlinie steht.

- Begründe mithilfe der Abbildung, dass die beiden Winkel gleich groß sind. Die Gerade m_{FL} ist die Mittelsenkrechte von FL .
- Beweise, dass m_{FL} wirklich die Tangente im Punkt P ist, indem du
 - beweist, dass sie P enthält.
 - beweist, dass jeder Punkt Q , der auf der anderen Seite der Tangente liegt, einen größeren Abstand zum Brennpunkt F als zur Leitlinie l hat.



3. Der Satz vom Flüstergewölbe

Eine Ellipse kann man leicht in den Sand zeichnen: Man befestigt eine Schnur an zwei feststehenden Pflöcken und spannt die Schnur mit einer Stange. Bewegt man die Stange bei gespannter Schnur, entsteht eine Ellipse.



(a) Vervollständige die folgende Definition:

Eine *Ellipse* ist die Menge aller Punkte,

In einem elliptischen Raum – wie der Kirche St. Theresia in Linz – können sich zwei Personen, die in den Brennpunkten der Ellipse stehen, flüsternd unterhalten. Solche Räume nennt man auch Flüstergewölbe.



(b) Beweise mit der gleichen Methode wie in Aufgabe 2:

Ein von einem Brennpunkt ausgehender Strahl wird von der Ellipse in ihren anderen Brennpunkt reflektiert.