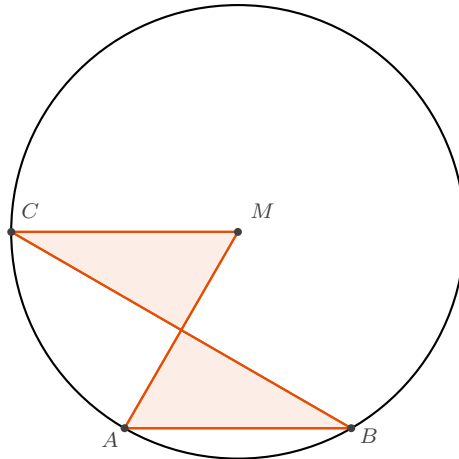


Aufgabe 44 (4 Punkte):

Gegeben sei ein Kreis k mit Mittelpunkt M und die paarweise verschiedenen Punkte A , B und C auf der Kreislinie, die in dieser Reihenfolge gegen den Uhrzeigersinn angeordnet sind. Weiterhin soll C so liegen, dass AB und CM parallel sind und das Viereck $ABCM$ *überschlagen* ist, d.h. dass sich seine Diagonalen nicht schneiden. Die Innenwinkelsumme des Vierecks betrage 270° . (Das ist nur die Summe der Winkel an den Eckpunkten. Der Winkel am Schnittpunkt der Seiten \overline{BC} und \overline{AM} ist ohne Belang.) Gib die Größe aller Innenwinkel des Vierecks an.

Im Folgenden ist der Sachverhalt skizziert (nicht maßstabsgetreu):



Wir nennen $\angle BCM = \alpha$, dann haben wir

$$\begin{aligned}\alpha &= \angle BCM = \angle CBA, && \text{(Wechselwinkel)} \\ 2\alpha &= 2\angle CBA = \angle CMA, && \text{(Peripherie-/Zentriwinkel über } \overline{AC}), \\ \angle BAM &= \angle CMA = 2\alpha. && \text{(Wechselwinkel)}\end{aligned}$$

Zusammen also nach Voraussetzung:

$$\begin{aligned}270^\circ &= \angle CMA + \angle MCB + \angle CBA + \angle BAM \\ \Rightarrow 270^\circ &= 2\alpha + \alpha + \alpha + 2\alpha,\end{aligned}$$

d.h. $\alpha = \frac{270^\circ}{6} = 25^\circ$, woraus sich alle weiteren Winkel ergeben.

Bemerke, dass so ein Viereck nicht existieren kann. Falls $\angle BAM = 90^\circ$, so fallen A und B zusammen und es ergibt sich kein Viereck mehr, sondern nur ein Dreieck.

Zusatzaufgabe 45* (4 Zusatzpunkte):

Ein unbegrenzter Vorrat von Treibstoff befindet sich an einem Rande einer 800km breiten Wüste, innerhalb derer keine Treibstoffquelle ist. Ein Lastwagen kann genug Treibstoff mit sich führen, um 500km zurückzulegen (dies nennen wir eine *Ladung*) und er kann auch an jedem Punkt der Wüste eine eigene Tankstelle aufbauen. Die Treibstoffmenge in diesen Tankstellen darf beliebig groß sein und es wird vorausgesetzt, dass kein Treibstoff durch Verdunsten verloren geht.

- (a) Welches ist die Mindestmenge (in Ladungen) von Treibstoff, die der Lastwagen benötigt, um die Wüste zu durchqueren?
- (b) Sind der Breite der Wüste, die der Lastwagen durchqueren kann, Grenzen gesetzt?

- (a) Die Lastwagen benötigt mindestens vier Ladungen Treibstoff, um die Wüste zu durchqueren. Zur leichteren Beschreibung nehmen wir an, dass die Menge Treibstoff, die zum Zurücklegen eines Kilometers benötigt wird, ein Liter ist. (Anstelle von 1l könnte man auch $\frac{1}{500}$ Ladung schreiben, doch das ist umständlich)

Dass es mit vier Ladungen möglich ist, zeigt das folgende Vorgehen:

- (i) Fahre 100km nach rechts, lade 300l ab, fahre zurück.
- (ii) Fahre 100km nach rechts, lade 100l auf, fahre 100km nach rechts, lade 200l ab, fahre zurück.
- (iii) Fahre 100km nach rechts, lade 100l auf, fahre 100km nach rechts, lade 100l auf, fahre 100km nach rechts, lade 100l ab, fahre zurück.
- (iv) Fahre drei Male 100km nach rechts und lade 100l auf und fahre anschließend 500km nach rechts.

Warum kann es nicht mit drei Ladungen gehen? Die Lösung ist optimal im folgenden Sinne:

- Am Ende jeder Fahrt ist kein Benzin mehr übrig.
- Benzin wurde nie zu weit transportiert, d.h. nach jedem Auftanken in der Tank komplett gefüllt.

Es dürfte daher vermutlich nicht mit weniger Ladungen funktionieren.