Knifflige Fragen
– ab 7. März 2017 –

1. **Der sich selbst zählende Satz**

   Hallo, ich zähle mich selbst,
   die Ziffer 0 kommt in mir …-mal vor,
   die Ziffer 1 kommt in mir …-mal vor,
   die Ziffer 2 kommt in mir …-mal vor,
   die Ziffer 3 kommt in mir …-mal vor,
   die Ziffer 4 kommt in mir …-mal vor,
   die Ziffer 5 kommt in mir …-mal vor,
   die Ziffer 6 kommt in mir …-mal vor,
   die Ziffer 7 kommt in mir …-mal vor,
   die Ziffer 8 kommt in mir …-mal vor,
   die Ziffer 9 kommt in mir …-mal vor,
   ich bin wahr, und für mich gibt es zwei Möglichkeiten.

2. **Geburtstagsfrage**

   Anton und Bernd möchten wissen, wann Conni Geburtstag hat. Sie gibt ihnen die folgende Liste an möglichen Tagen:

   15. Mai, 16. Mai, 19. Mai, 17. Juni, 18. Juni,
   14. Juli, 16. Juli, 14. August, 15. August, 17. August

   und flüstert Anton noch den richtigen Monat, Bernd den richtigen Tag ins Ohr.

   Anton: „Ich weiß das Datum nicht, aber ich weiß auch, dass Bernd es auch nicht weiß."
   Bernd: „Dann weiß ich es jetzt."
   Anton: „Dann weiß ich es jetzt auch."

   Wann hat Conni Geburtstag?

3. **Eine Nachtgeschichte vom Tag der Mathematik 2013**

   Nachtwächter Stefan Sorglos beaufsichtigt im Museum für Moderne Kunst den Raum mit den wertvollsten Bildern. Der Raum hat nur gerade Wände, ist aber von einem dieser „modernen" Architekten entworfen und recht verwinkelt. Stefan Sorglos sitzt nun jeden Abend auf seinem Drehstuhl an einem Punkt des Raumes und beobachtet von dort aus, was rundherum passiert.

   Obwohl Stefan in einer der Nächte nicht eine Sekunde unaufmerksam war, fehlten am nächsten Morgen Bilder, und zwar von *jeder* Wand des Raumes eines.

   Ihm wurde vorgeworfen, dass er die Diebe gesehen und daher mit ihnen zusammengearbeitet haben musste. Aber Stefan betonte, dass er von seinem Sitzplatz aus die nun fehlenden Bilder gar nicht sehen konnte. Die Untersuchungen der Polizei ergaben, dass Stefans Aussage tatsächlich stimmt.

   Zeichnet den Grundriss eines Raumes, bei dem dies möglich ist, und markiert einen möglichen Sitzplatz.

4. **Nochmal Tag der Mathematik 2013**

Das Bild rechts zeigt ein *multiplikativ-magisches* 3×3-*Quadrat*: In jedem der Kästchen steht eine positive natürliche Zahl. Die Produkte der drei Zahlen in jeder Zeile, Spalte oder Diagonale sind gleich, in diesem Fall 64. Das *magische Produkt* 64 dieses multiplikativ-magischen Quadrats ist eine Quadratzahl, denn $64 = 8^2$. Es ist aber auch eine Kubikzahl, denn $64 = 4^3$.

8	4	2
1	4	16
8	4	2

(a) Ist das magische Produkt eines beliebigen multiplikativ-magischen 3×3-Quadrats *stets* eine Quadratzahl? Ist es *stets* eine Kubikzahl?

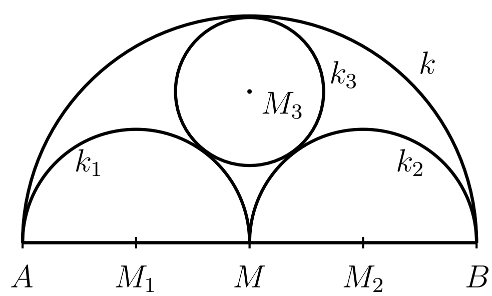
Beweist oder widerlegt eure Vermutungen.

(b) Welches ist die *kleinste* natürliche Zahl, die als magische Konstante eines multiplikativ-magischen 3×3-Quadrats vorkommen kann, in dem alle Einträge voneinander *verschiedene* positive natürliche Zahlen sind?

5. **Nochmal TdM 2013, nach der Werbung**

Tag der Mathematik 2017: 22. April 2017 in der HU Berlin, Adlershof!
Jetzt online anmelden!

Gegeben sei eine Strecke $\overline{AB}$ der Länge 1 cm, ihr Mittelpunkt sei mit M bezeichnet. M_1 und M_2 seien die Mittelpunkte der Strecken $\overline{AM}$ bzw. $\overline{MB}$. Es werden ein Halbkreis k, der den Mittelpunkt M und den Radius $\overline{AM}$ hat, und auf derselben Seite von $\overline{AB}$ zwei weitere Halbkreise k_1 und k_2 mit den Mittelpunkten M_1 und M_2 und Radius $\dfrac{\overline{AM}}{2}$ gezeichnet. Der Kreis k_3 berühre den Halbkreis k von innen und die Halbkreise k_1 und k_2 von außen.



Ermittelt die Lage des Mittelpunktes M_3 von k_3 und berechnet die Länge des Radius des Kreises k_3.

6. **Aus dem Bundeswettbewerb Mathematik**

Anna und Bernd spielen nach folgender Regel: Beide schreiben auf je einen Zettel eine natürliche Zahl und geben ihren Zettel gefaltet dem Schiedsrichter. Dieser schreibt auf eine für Anna und Bernd sichtbare Tafel zwei natürliche Zahlen, von denen die eine beliebig, die andere aber die Summe der Zahlen auf den Zetteln ist. Danach fragt der Schiedsrichter Anna, ob sie die Zahl von Bernd nennen kann. Wenn Anna verneint, richtet er an Bernd die entsprechende Frage. Wenn Bernd verneint, geht die Frage wieder an Anna, usw. Es wird vorausgesetzt, dass Anna und Bernd beide intelligent und ehrlich sind. Man beweise, dass nach endlich vielen Fragen die Antwort JA gegeben wird.